

17. (அ) $3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $5\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை, முனைகளின் நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
- (ஆ) $3\vec{i} + \vec{k}$ என்ற விசை $\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ என்ற புள்ளி வழியே செயல்படும் போது $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ என்ற புள்ளியை பொறுத்து விசையின் திருப்புத் திறனைக் காண்க.
- (இ) $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$ மற்றும் $\vec{d} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$ எனில், $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d})$ -யைக் காண்க.
18. (அ) $3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ மற்றும் $6\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ என்ற நிலை வெக்டர்களைக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணத்தை உருவாக்கும் என நிரூபி.
- (ஆ) $7\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் மீது $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் வீழலைக் காண்க மற்றும் இரு வெக்டர்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தையும் காண்க.
- (இ) $3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} + 7\vec{j} + 7\vec{k}$ என்ற விசைகள் ஒரு துகள் மீது செயல்பட்டு அத்துகளை $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ என்ற புள்ளியில் இருந்து $3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$ என்ற புள்ளிக்கு இடப்பெயர்ச்சி செய்தால், விசைகள் செய்த மொத்த வேலையைக் காண்க.
19. (அ) $x + y = 6$ மற்றும் $x + 2y = 4$ என்ற நேர்கோடுகளை விட்டங்களாகவும் 10 அலகு ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
- (ஆ) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 112 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 14 = 0$ என்ற இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் என நிரூபி.
- (இ) $3x^2 + 7xy + \alpha y^2 - 4x - 13y - 7 = 0$ என்ற சமன்பாடு இரட்டை நேர்கோடுகளைக் குறிக்கும் எனில் ' α '-ன் மதிப்பு காண்க.
20. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$ (ii) $\int \sin^3 x dx$
- (ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{2ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$ (ii) $\int \frac{\sec^2 x}{5+4 \tan x} dx$
- (இ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{dx}{9-(3x-2)^2}$ (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}}$
21. (அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x \cos 5x dx$ (ii) $\int x^n \log x dx$
- (ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x^2 \cos 3x dx$ (ii) $\int x^2 e^{3x} dx$
- (இ) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4}$ என நிறுவுக.

October 2018

Time - Three hours
(Maximum Marks: 75)

[N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART-A & PART-B and any two divisions of each question in PART-C.

(2) Each question carries 2(two) marks in PART-A, 3(three) marks in PART-B and 5(five) marks for each division in PART-C.]

PART - A

- Find the equation of the circle described on the line joining the points (3, 2) and (-1, 4) as diameter.
- Show that the equation $x^2 + 2xy + 3y^2 + x - y + 1 = 0$ represents an ellipse.
- If the vectors $2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ and $p\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ are perpendicular to each other, find the value of 'p'.
- Prove that the vectors $2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ and $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ are coplanar.
- Evaluate: $\int \sqrt{1 + \sin 2x} dx$
- Evaluate: $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$
- Evaluate: $\int \log x dx$
- Evaluate: $\int x^2 \sin x dx$

PART - B

- Prove that the line $4x - y = 17$ is a diameter of the circle $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 10 = 0$.
- Find the equation of the circle, concentric with the circle $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 23 = 0$ and having radius 3 units.
- Prove that the points whose position vectors are $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ and $6\vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k}$ are collinear.
- Find the unit vector perpendicular to each of the vectors $\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ and $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.
- Evaluate: $\int_0^2 x^2 \sqrt{1+x^3} dx$.
- Evaluate: $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$.

15. Evaluate: $\int \frac{dx}{(3x+2)^2+16}$

16. Prove that $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$.

PART - C

17. (a) Find the area of the triangle formed by the points whose position vectors are $3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ and $5\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

(b) Find the moment of the force $3\vec{i} + \vec{k}$ acting through the point $\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ about the point $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

(c) If $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$ and $\vec{d} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$, find $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d})$.

18. (a) Prove that the points whose position vectors are $3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ and $6\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ form an isosceles triangle.

(b) Find the projection of the vector $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ on the vector $7\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$. Also find the angle between them.

(c) If the forces $3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ and $\vec{i} + 7\vec{j} + 7\vec{k}$ acting on the particle, displaces the particle from the point $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ to the point $3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$, find the total work done by the forces.

19. (a) Find the equation of the circle, two of whose diameters are $x + y = 6$ and $x + 2y = 4$ and whose radius is 10 units.

(b) Prove that the circles $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 112 = 0$ and $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 14 = 0$ touch each other.

(c) Find 'a' such that the equation $3x^2 + 7xy + ay^2 - 4x - 13y - 7 = 0$ represents a pair of straight lines.

20. (a) Evaluate: (i) $\int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$ (ii) $\int \sin^3 x dx$

(b) Evaluate: (i) $\int \frac{2ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$ (ii) $\int \frac{\sec^2 x}{5+4 \tan x} dx$

(c) Evaluate: (i) $\int \frac{dx}{9-(3x-2)^2}$ (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}}$

21. (a) Evaluate: (i) $\int x \cos 5x dx$ (ii) $\int x^n \log x dx$

(b) Evaluate: (i) $\int x^2 \cos 3x dx$ (ii) $\int x^2 e^{3x} dx$

(c) Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4}$.

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-வில் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-வில் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி - அ

1. (3, 2) மற்றும் (-1, 4) என்ற புள்ளிகள் ஒரு வட்டத்தின் விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகள் எனில், அந்த வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

2. $x^2 + 2xy + 3y^2 + x - y + 1 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு நீள்வட்டம் எனக்காட்டுக.

3. $2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ மற்றும் $p\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில், 'p'-ன் மதிப்பு காண்க.

4. $2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிறுவுக.

5. மதிப்பிடுக: $\int \sqrt{1 + \sin 2x} dx$

6. மதிப்பிடுக: $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1+x^2} dx$

7. மதிப்பிடுக: $\int \log x dx$

8. மதிப்பிடுக: $\int x^2 \sin x dx$

பகுதி - ஆ

9. $4x - y = 17$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 10 = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டம் என நிரூபிக்கவும்.

10. $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 23 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையத்தை பொது மையமாகவும் '3' அலகுகள் ஆரமாகவும் உள்ள வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

11. $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $6\vec{i} - 5\vec{j} + 7\vec{k}$ ஆகிய வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாக உடைய புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோடமைந்தவை என நிரூபி.

12. $\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ என்ற இரு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டரை கண்டுபிடி.

13. மதிப்பிடுக: $\int_0^2 x^2 \sqrt{1+x^3} dx$.

14. மதிப்பிடுக: $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$.

15. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{(3x+2)^2+16}$

16. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ என நிரூபி.