

17. (அ) A மற்றும் B குறுங்கோணம், மேலும் $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$ எனில், $A + B = \frac{\pi}{4}$ என நிரூபி.

(ஆ) நிரூபி $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$.

(இ) $a = \sin x + \sin y$ மற்றும் $b = \cos x + \cos y$ எனில், $a^2 + b^2 = 4\cos^2\left(\frac{x-y}{2}\right)$ என நிரூபி.

18. (அ) $\frac{-3+i}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் மட்டு மற்றும் வீச்சு காண்க.

(ஆ) e^{-i} -மார்வின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி சுருக்குக:

$$\frac{(\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^7 (\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^{-5}}{(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^2 (\cos 5\theta - i \sin 5\theta)^{-6}}$$

(இ) தீர்க்க: $x^5 + x^3 + x^2 + 1 = 0$

19. (அ) கிராமரின் விதியை பயன்படுத்தி $3x - y + 2z = 8$; $x - y + z = 2$ மற்றும் $2x + y - z = 1$ என்ற சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(ஆ) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ -ன் நேர்மாறு அணியைக் காண்க.

(இ) $\left(x^3 + \frac{2}{x^3}\right)^{11}$ -ன் விரிவாக்கத்தின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க.

20. (அ) நிரூபி: $\tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right) = 3 \tan^{-1}x$.

(ஆ) மதிப்பிடுக:
 (i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^6 - 3^6}{x - 3}$ (ii) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 7\theta}{\sin 2\theta}$

(இ) (i) $y = (2x + 1)(3x - 7)(4 - 9x)$ (ii) $y = \frac{e^x + \sin x}{1 - \cos x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

21. (அ) (i) $y = \log\left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}\right)$ (ii) $y = a + xe^y$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

(ஆ) $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ எனில், $x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$ என நிரூபி.

(இ) $u = x^4 + 4x^3y + 3x^2y^2 + y^4$ எனில், $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ மற்றும் $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

[N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART-A & PART-B and any two divisions of each question in PART-C.

(2) Each question carries 2(two) marks in PART-A, 3(three) marks in PART-B and 5(five) marks for each division in PART-C.]

PART - A

- Find the co-factor of 3 in the determinate $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$.
- Find the rank of $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$.
- If $Z_1 = 2 + 3i$, $Z_2 = 4 - 5i$, find $Z_1 - Z_2$.
- If 'w' is a cube roots of unity, find the value of $w^4 + w^5 + w^6$.
- Express $\sin 5A - \sin 3A$ as product.
- Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = 8e^x - 4 \operatorname{cosec} x$.
- If $u = x^3 + y^3$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.
- Find the value of $\frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ}$.

PART - B

- Find the 6th term in the expansion of $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{14}$.
- If $a = \cos x + i \sin x$; $b = \cos y + i \sin y$, find ab and $\frac{1}{ab}$.
- Prove that $\cos^4 A - \sin^4 A = \cos 2A$.
- If $\sin \theta = \frac{3}{5}$, find the value of $\sin 3\theta$.
- Evaluate: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$.
- Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = \frac{x \sin x}{e^x}$.
- Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = (x^2 + 5) \cos x e^{-2x}$.
- Form the differential equation of $y^2 = 4ax$ by eliminating the constant 'a'.

[Turn over....]

17. (a) If A and B are acute angles and $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$, prove that $A + B = \frac{\pi}{4}$

(b) Prove that $\frac{\sin 3\theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} = 2$

(c) If $a = \sin x + \sin y$ and $b = \cos x + \cos y$, prove that $a^2 + b^2 = 4\cos^2\left(\frac{x-y}{2}\right)$

18. (a) Find the modulus and amplitude of $\frac{-3+i}{-1+i}$

(b) Simplify using DeMoivre's theorem:

$$\frac{(\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^7 (\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^{-5}}{(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^2 (\cos 5\theta - i \sin 5\theta)^{-6}}$$

(c) Solve: $x^5 + x^3 + x^2 + 1 = 0$

19. (a) Solve by using Cramer's rule $3x - y + 2z = 8$; $x - y + z = 2$ and $2x + y - z = 1$.

(b) Find the inverse of $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

(c) Find the middle terms in the expansion of $\left(x^3 + \frac{2}{x^3}\right)^{11}$

20. (a) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right) = 3 \tan^{-1}x$

(b) Evaluate:

(i) $\text{Lt}_{x \rightarrow 3} \frac{x^6 - 3^6}{x - 3}$ (ii) $\text{Lt}_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 7\theta}{\sin 2\theta}$

(c) Find $\frac{dy}{dx}$, if (i) $y = (2x + 1)(3x - 7)(4 - 9x)$ (ii) $y = \frac{e^x + \sin x}{1 - \cos x}$

21. (a) Find $\frac{dy}{dx}$, if (i) $y = \log\left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}\right)$ (ii) $y = a + xe^y$

(b) If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$, prove that $x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$

(c) If $u = x^4 + 4x^3y + 3x^2y^2 + y^4$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-வில் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-வில் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி - அ

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$ - என்ற அணிக்கோவையில் 3-இன் இணைக் காரணியைக் காண்க.

2. $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

3. $Z_1 = 2 + 3i$, $Z_2 = 4 - 5i$ எனில், $Z_1 - Z_2$ -ன் மதிப்பு காண்க.

4. ஒன்றின் 3 ஆம் படி மூலம் 'w' எனில், $w^4 + w^5 + w^6$ -ன் மதிப்பு காண்க.

5. $\sin 5A - \sin 3A$ என்ற கழித்தலை பெருக்கலாக தெரிவி.

6. $y = 8e^x - 4 \operatorname{cosec} x$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ யைக் காண்க.

7. $u = x^3 + y^3$ எனில், $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ -ன் மதிப்பை காண்க.

8. $\frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ}$ -இன் மதிப்பை காண்க.

பகுதி - ஆ

9. $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{14}$ -ன் விரிவாக்கத்தில் 6-ம் உறுப்பைக் காண்க.

10. $a = \cos x + i \sin x$; $b = \cos y + i \sin y$, எனில், ab மற்றும் $\frac{1}{ab}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

11. $\cos^4 A - \sin^4 A = \cos 2A$ என நிரூபி.

12. $\sin \theta = \frac{3}{5}$ எனில், $\sin 3\theta$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

13. மதிப்பிடுக: $\text{Lt}_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$

14. $y = \frac{x \sin x}{e^x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ யைக் காண்க.

15. $y = (x^2 + 5) \cos x e^{-2x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ யைக் காண்க.

16. 'a' என்ற மாறிலியை நீக்கி $y^2 = 4ax$ -ன் வகைகெழு சமன்பாட்டினைக் காண்க.