

17. (அ) கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க:
 $x + y + z = 3$, $2x - y + z = 2$ மற்றும் $3x + 2y - 2z = 3$.

(ஆ) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ -ன் அணியின் நேர்மாறு காண்க.

(இ) $(4x^3 + \frac{3}{x^2})^{20}$ -ன் விரிவில் 'x' சாராத உறுப்பைக் காண்க.

18. (அ) $\frac{5-i}{2-3i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் மட்டு மற்றும் வீச்சு காண்க.

(ஆ) e^{-i} -மார்வின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி சுருக்குக:

$$\frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^4 (\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^2}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^5 (\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^3}$$

(இ) தீர்: $x^5 + 1 = 0$

19. (அ) $\sin A = \frac{8}{17}$ மற்றும் $\sin B = \frac{5}{13}$ எனில், $\sin(A + B) = \frac{171}{221}$ எனக் காட்டுக.

(ஆ) நிரூபி: $\frac{1 - \cos 3A}{1 - \cos A} = (1 + 2 \cos A)^2$

(இ) $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

20. (அ) $\sin^{-1}(3x - 4x^3) = 3 \sin^{-1} x$ என நிரூபி.

(ஆ) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 - 16}$

(இ) (i) $y = e^x x \cos x$ (ii) $y = \frac{x + \sin x}{1 - \cos x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

21. (அ) (i) $y = \log(\operatorname{cosec} x - \cot x)$ (ii) $x^3 + y^3 = 3$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

(ஆ) $y = x^2 \sin x$ எனில், $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (x^2 + 6)y = 0$ என நிரூபி.

(இ) $u = \log(x^2 + y^2)$ எனில், $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ மற்றும் $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ -ஐக் காண்க.

October 2017

Time - Three hours
(Maximum Marks: 75)

[N.B:- (1) Answer any FIVE questions in each of PART-A & PART-B and any two divisions of each question in PART-C.

(2) Each question carries 2(two) marks in PART-A, 3(three) marks in PART-B and 5(five) marks for each division in PART-C.]

PART - A

- Find 'x' if $\left| \begin{matrix} x & 4 \\ 16 & x \end{matrix} \right| = 0$
- Find the adjoint matrix of $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$
- Find the value of $i^2 + i^3 + i^4$
- Find the modulus and amplitude of $1 + i$
- Find the value of $\sin 72^\circ \cos 18^\circ + \cos 72^\circ \sin 18^\circ$ without using the table.
- Find the value of $3 \sin 20^\circ - 4 \sin^3 20^\circ$
- If $y = \sin^{-1} \sqrt{x}$, find $\frac{dy}{dx}$
- Find $\frac{\partial u}{\partial x}$ and $\frac{\partial u}{\partial y}$, if $u = \log(x - y)$

PART - B

- Find the inverse of $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$
- Find the 5th term in the expansion of $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$
- Find the real and imaginary parts of $\frac{2+5i}{2+3i}$
- If $\tan A = \frac{1}{2}$ and $\tan B = \frac{1}{3}$, find the value of $\tan(A + B)$
- If $\sin \theta = \frac{2}{3}$, find $\sin 3\theta$
- Prove: $\tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = 2 \tan^{-1} x$
- If $y = (x + 3)(x - 4)$, find $\frac{dy}{dx}$
- If $u = 2x^3 + 4y^3 + 2xy$, find $\frac{\partial u}{\partial x}$ and $\frac{\partial u}{\partial y}$

PART - C

17. (a) By using Cramer's rule, solve the following equations:
 $x + y + z = 3$, $2x - y + z = 2$ and $3x + 2y - 2z = 3$

(b) Find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

- (c) Find the term independent of 'x' in the expansion of $(4x^3 + \frac{3}{x^2})^{20}$

18. (a) Find the modulus and amplitude of the complex number $\frac{5-i}{2-3i}$

- (b) Simplify using DeMoivre's theorem:

$$\frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^4 (\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^2}{(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)^5 (\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^3}$$

- (c) Solve: $x^5 + 1 = 0$

19. (a) If $\sin A = \frac{8}{17}$ and $\sin B = \frac{5}{13}$, show that $\sin(A + B) = \frac{171}{221}$

- (b) Prove: $\frac{1 - \cos 3A}{1 - \cos A} = (1 + 2 \cos A)^2$

- (c) Show that $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

20. (a) Prove that $\sin^{-1}(3x - 4x^3) = 3 \sin^{-1} x$

- (b) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 - 16}$

- (c) Find $\frac{dy}{dx}$, if (i) $y = e^x x \cos x$ (ii) $y = \frac{x + \sin x}{1 - \cos x}$

21. (a) Find $\frac{dy}{dx}$, if (i) $y = \log(\operatorname{cosec} x - \cot x)$ (ii) $x^3 + y^3 = 3$

- (b) If $y = x^2 \sin x$, prove that $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (x^2 + 6)y = 0$

- (c) If $u = \log(x^2 + y^2)$, find $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$

தமிழ் வடிவம்

[குறிப்பு : (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-வில் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-வில் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-யில் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.]

பகுதி - அ

- $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 16 & x \end{vmatrix} = 0$ எனில் 'x' -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ -ன் சேர்ப்பு அணியைக் காண்க.
- $i^2 + i^3 + i^4$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- $1 + i$ -ன் மட்டு மற்றும் வீச்சு காண்க.
- அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் $\sin 72^\circ \cos 18^\circ + \cos 72^\circ \sin 18^\circ$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- $3 \sin 20^\circ - 4 \sin^3 20^\circ$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- $y = \sin^{-1} \sqrt{x}$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.
- $u = \log(x - y)$ எனில், $\frac{\partial u}{\partial x}$ மற்றும் $\frac{\partial u}{\partial y}$ -ஐக் காண்க.

பகுதி - ஆ

- $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ -ன் நேர்மாறு காண்க.
- $(x^2 + \frac{1}{x^2})^{10}$ -ன் விரிவாக்கத்தில் 5-ம் உறுப்பைக் காண்க.
- $\frac{2+5i}{2+3i}$ -ன் மெய் மற்றும் கற்பனைப் பகுதிகளைக் காண்க.
- $\tan A = \frac{1}{2}$ மற்றும் $\tan B = \frac{1}{3}$ எனில், $\tan(A + B)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
- $\sin \theta = \frac{2}{3}$ எனில், $\sin 3\theta$ -ஐக் காண்க.
- நிரூபி: $\tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = 2 \tan^{-1} x$.
- $y = (x + 3)(x - 4)$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.
- $u = 2x^3 + 4y^3 + 2xy$ எனில், $\frac{\partial u}{\partial x}$ மற்றும் $\frac{\partial u}{\partial y}$ -ஐக் காண்க.